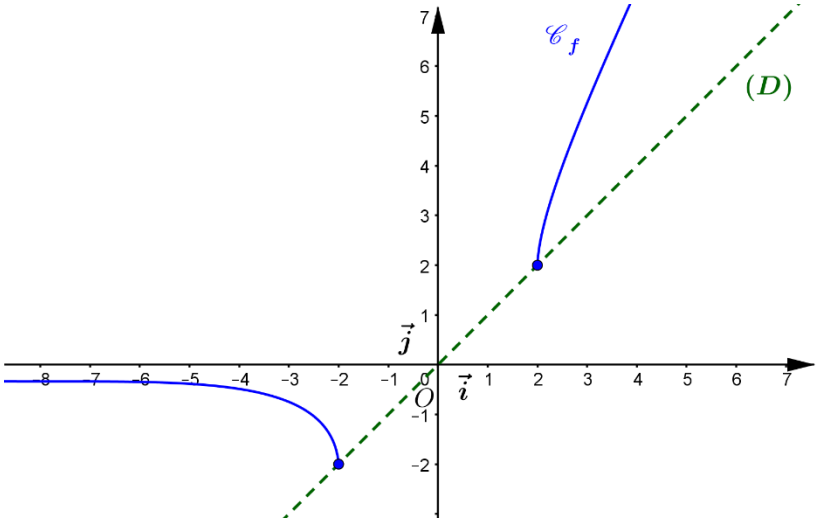
EXERCICE N°1 : 5 points 25 '

Dans la figure ci-dessous, $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $]-\infty,-2]\cup[2,+\infty[$,

- $\mathscr{C}_f$ admet une branche asymptotique de direction (D) au voisinage de $+\infty$.
- L'axe des abscisses est une asymptote à $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $-\infty$.



Par lecture graphique :

1°) Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+x\right)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-x^3f(x)}{x^4+1}$.

2°) Soit h la fonction définie, continue et dérivable sur $]-\infty,0]\cup]2,+\infty[$ par : $h(x)=\sqrt{\dfrac{x^3}{x-2}}$,

et $\mathscr{C}_h$ sa courbe représentative.

- On donne ci-dessous le tableau de variation **(incomplet)** de la fonction h.

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
g		↘		‖	‖	↘	$3\sqrt{3}$	↗	

a) Compléter le tableau de variation de h et déterminer les branches infinies de $\mathscr{C}_h$.

b) Montrer que l'équation $h(x)=2$ admet une unique solution $\alpha\in]-3,-2[$.

3°) a) Déterminer les ensembles de définition de $h\circ f$ et $f\circ h$.

b) Montrer que $f\circ h$ est continue sur $]-\infty,\alpha]\cup]2,+\infty[$.

4°) Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f\circ h(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{h\circ f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{1-\cos\left(h(x)-2\right)}{x-\alpha}$.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com